

Zinsrechnen

Für jeden Kaufmann unentbehrlich und vielseitig einsetzbar ist die Zinsrechnung.

Was sind Zinsen?

Zins:	der Preis für die Nutzung eines Kapitals während einer bestimmten Zeitdauer
Zinssatz/Zinsfuß:	die Höhe der Zinsen; er gibt den Preis der Zinsen für die Nutzung von € 100,-- Kapital für die Dauer eines Jahres an.
Zeit:	Dauer der Kapitalnutzung in Jahren, Monaten oder Tagen
Jahr:	ein Jahr wird in der Zinsrechnung einheitlich zu 12 Monaten oder 360 Tagen gerechnet
Monat:	entsprechend dem Jahr wird in der Zinsrechnung jeder Monat einheitlich zu 30 Tagen gerechnet

Mit Hilfe des **Dreisatzes** kann man jede der vier in der Zinsrechnung relevanten Größen: **Zinsen, Kapital, Zeit, Zinssatz (Zinsfuß)** berechnen, wenn die anderen drei Größen bekannt sind.

Die Zinsrechnung ähnelt aufgrund ihrer Eigenarten der Prozentrechnung. Einziger Unterschied ist die Einbeziehung der Zeit:

Prozentrechnung		Zinsrechnung	
Grundwert	g	Kapital	k
Prozentwert	P	Zinsen	z (für 1 Jahr)
Prozentsatz	p%	Zinssatz	p%
		Zeit	t (time)
		Jahr	a (anno)
		Monat	m (month)
		Tag	d (day)

Die **allgemeinen Zinsformeln** berechnen die Zinsen grundsätzlich auf das anfängliche Kapital k für die gesamte Nutzungszeit t ohne Berücksichtigung von Zinseszinsen. Die Zinsen werden daher erst am Ende der Nutzungszeit dem Kapital hinzugerechnet.

Berechnung der Zinsen

1. Jahreszinsen

Jahreszinsen sind die Zinsen für die ganzjährige Nutzung eines Kapitals. Die allgemeine Zinsformel lautet:

$$z = \frac{k * p\% * t[a]}{100} \quad \text{oder} \quad \text{Jahreszinsen} = \frac{\text{Kapital} * \text{Zinssatz} * \text{Jahre}}{100}$$

2. Monatszinsen

$$z = \frac{k * p\% * t[m]}{100 * 12} \quad \text{oder} \quad \text{Monatszinsen} = \frac{\text{Kapital} * \text{Zinssatz} * \text{Monate}}{100 * 12}$$

3. Tageszinsen

$$z = \frac{k * p\% * t[d]}{100 * 360} \quad \text{oder} \quad \text{Tageszinsen} = \frac{\text{Kapital} * \text{Zinssatz} * \text{Tage}}{100 * 360}$$

Aufgrund der besseren Teilbarkeit wird bei der **Zinsrechnung für Kaufleute** das Jahr zu 360 Tagen, jeder Monat einheitlich zu 30 Tagen gerechnet. Nach der **bürgerlich-rechtlichen Zinsrechnung** hat das Jahr 365 bzw. 366 Tage. Jeder Monat wird dabei nach seiner tatsächlichen Länge (28/29, 30 bzw. 31 Tage) gerechnet. Die bürgerlich-rechtliche Zinsrechnung wird bei Privatpersonen (Nicht-Kaufleuten) und Behörden angewendet.

Beispiel:

Wieviel Tage sind es vom 16. Januar bis zum 25. Mai 2002?

a) Bürgerlich-rechtliche Zinsrechnung:

16.01.-31.01.2002	16 Tage (16.01.2002 einschließlich)
01.02.-28.02.2002	28 Tage
01.03.-31.03.2002	31 Tage
01.04.-30.04.2002	30 Tage
01.05.-25.05.2002	<u>25 Tage</u> (25.05.2002 einschließlich)
	130 Tage

b) Kaufmännische Zinsrechnung:

16.01.-31.01.2002	15 Tage (16.01.2002 einschließlich)
01.02.-28.02.2002	30 Tage
01.03.-31.03.2002	30 Tage
01.04.-30.04.2002	30 Tage
01.05.-25.05.2002	<u>25 Tage</u> (25.05.2002 einschließlich)
	130 Tage

oder

16.01.-16.05.2002

120 Tage (=4*30 Tage)

16.05.-25.05.2002

10 Tage (25.05.2002 einschließlich)

130 Tage

Berechnen von Kapital, Zeit und Zinssatz

1. Das Kapital ist gesucht

$$K = \frac{Z * 100}{p\% * t[a]} \text{ bzw. } K = \frac{Z * 100 * 12}{p\% * t[m]} \text{ bzw. } K = \frac{Z * 100 * 360}{p\% * t[d]}$$

2. Die Zeit ist gesucht

$$t[a] = \frac{z * 100}{k * p\%} \text{ bzw. } t[m] = \frac{z * 100 * 12}{k * p\%} \text{ bzw. } t[d] = \frac{z * 100 * 360}{k * p\%}$$

3. Der Zinssatz ist gesucht

$$p\% = \frac{z * 100}{k * t[a]} \text{ bzw. } p\% = \frac{z * 100 * 12}{k * t[m]} \text{ bzw. } p\% = \frac{z * 100 * 360}{k * t[d]}$$

Rechnen mit dem um die Zinsen vermehrten oder verminderten Kapital

1. Berechnen des angepassten Zinssatzes

Normalerweise wird der Zinssatz immer auf ein volles Jahr bezogen. Man kann ihn aber auch jeder anderen Zeitdauer anpassen:

$$p\%[m] = \frac{p\% * t[m]}{12} \text{ oder } p\%[d] = \frac{p\% * t[d]}{360}$$

Beispiele:

Jahreszinssatz: $z = 6\%$

a. auf ein halbes Jahr bezogen: $p\% = \frac{6}{2} = 3\%$

b. auf 5 Monate bezogen: $p\%[m] = \frac{6 * 5}{12} = 2,5\%$

c. auf 147 Tage bezogen: $p\%[d] = \frac{6 * 147}{360} = 2,45\%$

2. Zinsen vom vermehrten Kapital (Zinsrechnung auf Hundert)

Will man von einem um die Zinsen vermehrten Kapital das vor einer gegebenen Nutzungsdauer vorhandene Ursprungskapital erfahren, so berechnet man zunächst den angepassten Zinssatz. Anschließend kann dieser angepasste Zinssatz wie ein gewöhnlicher Prozentsatz verwendet werden.

$$k_x = \frac{k_v * 100}{(100 + p\%_a)}$$

k_x : Ursprungskapital, k_v : vermehrtes Kapital,
 $p\%_a$: angepasster Zinssatz

Beispiel:

Ein Kaufmann nimmt am 15. August ein Darlehen zu 8% auf. Am 9. April des folgenden Jahres zahlt er einschließlich Zinsen € 8942,-- zurück. Wie groß war das Darlehen gewesen?

15 August bis 9. April = 234 Tage
 Bei 360 Tagen ist der Zinssatz 8%
 bei 234 Tagen ist der Zinssatz x%

$$x = \frac{8 * 234}{360} = 5,2\% \text{ angepasster Zinssatz.}$$

105,2% sind € 8942,--
 100% sind € x

$$x = \frac{8942 * 100}{105,2} = €8500,-- \text{ Ursprungskapital.}$$

3. Zinsen vom verminderten Kapital (Zinsrechnung im Hundert)

Ebenso verfährt man bei einem um die Zinsen gekürzten Kapital, nur dass der angepasste Zinssatz von 100 abgezogen wird:

$$k_x = \frac{k_v * 100}{(100 - p\%_a)}$$

k : Ursprungskapital, k : vermehrtes Kapital,
 $p\%_a$: angepasster Zinssatz

Beispiel:

Ein Finanzierungsinstitut gewährt am 6. April einem Geschäftsmann ein Darlehen zu 7,5%, rückzahlbar am 31. Dezember. Der Kreditvertrag bestimmt, dass das Darlehen vor der Auszahlung um die Zinsen gekürzt wird. Das Finanzierungsinstitut überweist dem Geschäftsmann daher nur € 1701,--. Wieviel hat er am 31. Dezember zurückzuzahlen?

6. April bis 31. Dezember = 264 Tage
 bei 360 Tagen ist der Zinssatz 7,5%
 bei 264 Tagen ist der Zinssatz x %

$$x = \frac{15 * 264}{2 * 360} = 5,5\% \text{ angepasster Zinssatz}$$

94,5% sind € 1701,--

100% sind € x

$$x = \frac{1701 * 100}{94,5} = €1800,-- \text{ Kapital (= rückzahlbarer Betrag).}$$

Die kaufmännische Zinsformel

Müssen für Kredite o.ä. bei gleichem Jahreszinssatz aber unterschiedlichen Laufzeiten die Zinsen berechnet werden, so sind nach den bisherigen Zinsformeln alle Kredite einzeln zu berechnen.

Beispiel:

Ein Kaufmann erhielt von seiner Bank folgende Darlehen zum Zinssatz von 6%. Berechnen Sie, mit wie viel Zinsen ihn die Bank zum Jahresende (31.12.) belastet!

$$€ 1860,-- \text{ am 25.02.: 305 Tage; } z = \frac{1860 * 305 * 6}{100 * 360} = €94,55$$

$$€ 2340,-- \text{ am 09.06.: 201 Tage; } z = \frac{2340 * 201 * 6}{100 * 360} = €78,39$$

$$€ 948,-- \text{ am 15.10.: 75 Tage; } z = \frac{948 * 75 * 6}{100 * 360} = €11,85$$

Zinsen insgesamt: €184,79

Mit der Einführung des **Zinsteilers** und der **Zinszahlen** kann diese Rechnung durch Umwandlung der allgemeinen Zinsformel vereinfacht werden.

Der Zinsteiler

Das Beispiel zeigt, dass der Bruch $\frac{6}{360}$ stets wiederkehrt. Dieser Bruch lässt sich kürzen auf $\frac{1}{60}$. Bei anderen Zinssätzen lässt sich dieser Bruch ebenfalls kürzen, z.B.

$$\text{bei 4\%: } \frac{4}{360} = \frac{1}{90}.$$

Der durch Kürzung der Zahl 360 mit dem Zinssatz entstehende Quotient heißt **Zinsteiler** oder **Zinsdivisor**.

$$\text{Tageszinsen} = \frac{\text{Kapital} * \text{Tage}}{100 * \text{Zinsteiler}}$$

$$\text{Zinsteiler} = \frac{360}{\text{Zinssatz}}$$

Die Zinszahlen

Neben dem Zinsteiler enthält der Bruch jetzt noch die veränderlichen Zahlen für Kapital und Tage, die **Zinszahl**:

$$Zinszahl = \frac{Kapital}{100} * Tage$$

Damit lässt sich die herkömmliche Zinsformel wie folgt zur **kaufmännischen Zinsformel** umwandeln:

$$Tageszinsen = \frac{Zinszahl}{Zinsteiler}$$

Anwendung der kaufmännischen Zinsformel in der summarischen Zinsrechnung

Die oben dargestellte Beispielaufgabe lässt sich mit Hilfe der kaufmännischen Zinsformel wesentlich einfacher gestalten:

Der Zinsteiler für alle gewährten Kredite ist gleich, nämlich 60. Lediglich die Zinszahlen für jeden Kredit sind verschieden aufgrund der unterschiedlichen Laufzeiten. Damit ergibt sich der Gesamtzins für alle Kredite aus:

$$Gesamtzins = \frac{Zinszahl_1 + Zinszahl_2 + \dots + Zinszahl_n}{Zinsteiler}$$

Diese kaufmännische Zinsformel gilt für mehrere Kapitalien mit gleichem Zinssatz!

Die Lösung der Beispielaufgabe ist somit:

Kapital	ausgeliehen	Zinstage	Zinszahlen
€ 1860,--	25.02.	305	5673
€ 2340,--	09.06.	201	4703
€ 948,--	15.10.	75	711
			11087

Zinsen insgesamt: $\frac{11087}{60} = €184,79$

Anmerkung:

Es gilt folgender Handelsbrauch:

1. Beim Kapital werden Centbeträge nicht berücksichtigt (keine Aufrundung!).
2. Zinszahlen werden stets ganzzahlig angewendet (auf- bzw. ab 0,5 aufrunden).