

Aufgaben zu quadratischen Gleichungen

- Zeichnen Sie in ein gemeinsames Achsenkreuz mithilfe einer Schablone der Normalparablen $x \mapsto x^2$ die Graphen der Funktionen $x \mapsto x^2 + 4$;
 $x \mapsto x^2 + 0,5$; $x \mapsto x^2 - 2,5$; $x \mapsto \frac{1}{2}x^2 + 2$; $x \mapsto -\frac{1}{2}x^2 - 1$; $x \mapsto 2x^2 + 1$.
- Die Normalparabel $x \mapsto x^2$ wird vom Ursprung aus um folgende Einheiten verschoben:
a) 3 nach rechts, b) 4 nach links, c) 1,5 nach rechts, d) 2,5 nach links, e) 2 nach rechts und 3 nach oben, f) 3 nach links und 1 nach oben, g) 1 nach links und 2 nach unten, h) 4 nach rechts und 3 nach unten.
Wie lauten die Gleichungen?
- Ein Fertigungsbetrieb hat einen monatlichen Absatz von 7800 Bauteilen zu € 18,00 das Stück. Nach Absatzuntersuchungen nimmt man an, dass bei einer Preissenkung um € 0,20, € 0,40, € 0,60, ... je Stück der Absatz um 100 Stück, 200 Stück, 300 Stück zunehmen würde.
 - Bestimmen Sie den Stückpreis nach der ersten, zweiten, x-ten Preissenkung und die jeweils zugeordneten Stückzahlen verkaufter Bauteile!
 - Wie lautet die Funktionsgleichung $y \in$ Einnahmen bei einem Absatz nach der x-ten Preissenkung? Nach wie viel Preissenkungen würde man die höchste Einnahme erzielen? Wie viel € beträgt die höchste Einnahme? Bestimmen Sie für diesen Fall die Absatzzahl und den Stückpreis!
 - Mach Sie die Probe für die Einnahmen nach der x-ten Preissenkung und der jeweils vorhergehenden bzw. nachfolgenden Preissenkung!
- Ein Fußballverein der Verbandsliga hat bei einem Eintrittspreis von € 6,00 durchschnittlich 400 Besucher. Man schätzt, dass bei einer Preiserhöhung von € 0,50, € 1,00, € 1,50, ... die Besucherzahl um 20, 40, 60, ... zurückgeht.
 - Wie viel Euro beträgt der Eintrittspreis nach der ersten, zweiten, x-ten Preiserhöhung und wie hoch ist die jeweils zugeordnete Besucherzahl?
 - Stellen Sie die Funktionsgleichung $y \in$ Einnahmen bei einer Besucherzahl nach der x-ten Preiserhöhung auf. Nach wie viel Preiserhöhungen wird die höchste Einnahme erzielt? Wie viel € beträgt die höchste Einnahme, wie viele Besucher werden in diesem Fall zu welchem Eintrittspreis erwartet?
 - Machen Sie die Probe für die Einnahmen nach der x-ten Preiserhöhung und der jeweils vorhergehenden bzw. nachfolgenden Preiserhöhung!
- Ein radioaktives Präparat zerfällt nach einer Halbwertszeit von 50 Jahren. M_0 sei die Menge des Präparates zur Zeit $t=0$. Stellen Sie die Funktionsgleichung der Funktion $t \mapsto M(t)$ bzw. $M = f(t)$ auf, die die Menge des Präparates zur Zeit t angibt.
Hinweis: Die Halbwertszeit beschreibt den Zeitraum, nach dem das Präparat zur Hälfte zerfallen ist.
- Aus Unachtsamkeit lässt ein Geldbote eine wertvolle Geldkassette in einen Brunnen fallen. Glücklicherweise kennt er die Zeit vom Loslassen der Geldkassette bis zum Wahrnehmen des Aufschlageräusches. Sie beträgt

6 Sekunden. Da die Geldkassette wasserdicht ist und daher schwimmt, könnte er in den Brunnen steigen und sie wieder herausholen. Dazu müsste er aber ein Seil besorgen. Doch wie lang muss dieses Seil sein?

Zusatzaufgaben:

- a. Stellen Sie die Funktionsgleichung auf mit Hilfe der Erdbeschleunigung g ($9,8 \text{ m/s}^2$), der Brunnentiefe x und der Schallgeschwindigkeit v (340 m/s)!
 - b. Zeichnen Sie den Graphen dieser Funktion!
7. Eine alte Gebührenordnung der Post sieht für die Sendung in Form von Rollen vor, dass Länge und doppelter Durchmesser zusammen nicht 100 cm überschreiten dürfen. Diese Höchstvorgabe (100 cm) soll bei der Lösung der folgenden Teilaufgaben genutzt werden.
- a. Berechnen Sie die Volumina solcher Rollen für die Durchmesser $d_1 = 20 \text{ cm}$, $d_2 = 30 \text{ cm}$ und $d_3 = 40 \text{ cm}$.
 - b. Bestimmen Sie Durchmesser und Länge der Rolle, deren Volumen maximal ist. Berechnen Sie dieses maximale Volumen.
 - c. Skizzieren Sie den Graphen $V = f(d)$ in ihrem gesamten Definitionsbereich ($V =$ Volumen der Rolle, $d =$ Durchmesser der Rolle).
 - d. Bestimmen Sie näherungsweise (auf Zentimeter genau) einen Wert für d so, dass $V = 27 \text{ cm}^3$ ist.
Begründen Sie, warum $V = f(d)$ keine Umkehrfunktion besitzt.
8. Bei der Diskussion um die Geschwindigkeitsbegrenzung in Wohngebieten spielt der Bremsweg von Kraftfahrzeugen eine wichtige Rolle. Unter der Annahme einer gleichmäßigen Bremsbeschleunigung ist die Restgeschwindigkeit $v(t)$ eine linear fallende Funktion. In Abhängigkeit vom Bremsweg s erhält man dagegen die quadratische Beziehung $v^2 = v_0^2 + 2as$, wobei a die Bremsbeschleunigung ($a < 0$) wiedergibt.
- a. Stellen Sie die Funktionsgleichung des Bremsweges unter Berücksichtigung der Reaktionszeit t_r auf!
 - b. Eine gute Bremsbeschleunigung beträgt $2,5 \text{ m/s}^2$ auf trockener Fahrbahn. Berechnen Sie den Bremsweg eines Fahrzeugs bei einer Anfangsgeschwindigkeit von 30 km/h , 50 km/h und 70 km/h ! Die Reaktionszeit des Fahrers beträgt 1 Sekunde .
 - c. Mit welcher Geschwindigkeit müsste ein Fahrzeug fahren, damit es bei gleicher Bremsbeschleunigung nach 15 m anhalten kann?
9. Aus dem 25. Stockwerk eines Hochhauses lässt ein unachtsamer Handwerker einen Hammer fallen. Nach welcher Zeit schlägt der Hammer auf dem Straßenpflaster auf? Wie hoch ist die Fallgeschwindigkeit zum Zeitpunkt des Aufschlagens?
Hinweis:
Die Höhe eines Stockwerks beträgt 3 m , das Erdgeschoss ist jedoch $4,5 \text{ m}$ hoch. Die Fallbeschleunigung g (Gravitation) beträgt $9,81 \text{ m/s}^2$.