

# Ertragsgesetzliche Kostenfunktionen

Kostenfunktionen verlaufen nicht in allen Fällen linear. Dies liegt daran, dass die variablen Kosten nicht immer gleich sind (z. B. 15,- € pro Stück), sondern je nach Situation mit der Produktionsmenge überdurchschnittlich (überproportional) oder unterdurchschnittlich (unterproportional) ansteigen.

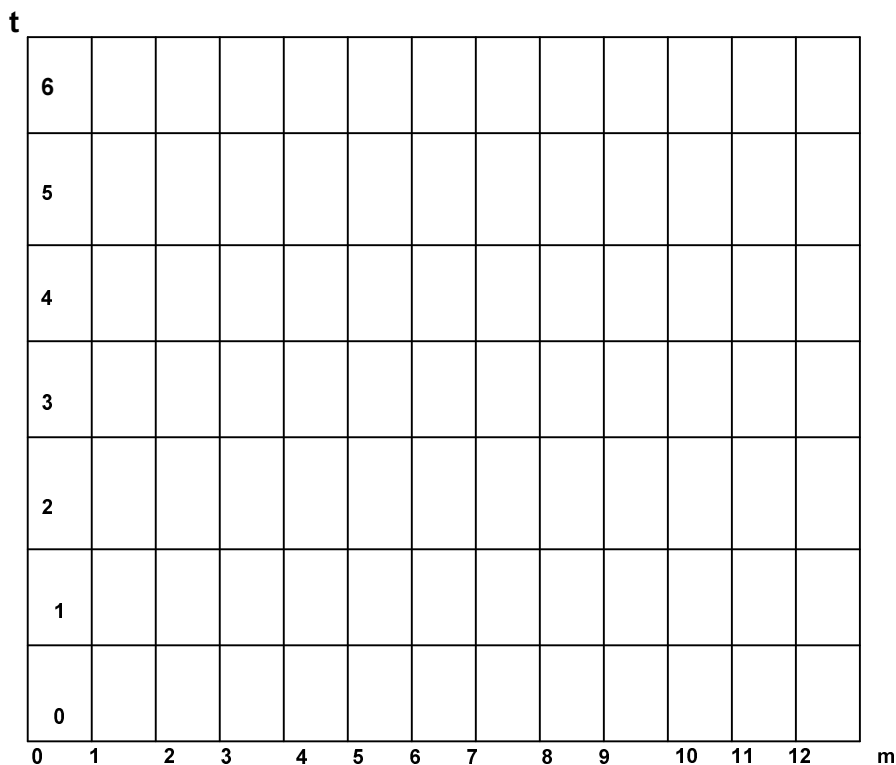
## Beispiel

Einige Regionen der Erde leiden unter extremem Wassermangel, es regnet dort nur sehr selten, oft jahrelang gar nicht. Trotzdem muss die dort lebende Bevölkerung mit Wasser und Nahrungsmitteln versorgt werden. Um ausreichend Nahrungsmittel wachsen zu lassen, müssen die Felder künstlich mit Wasser versorgt werden, was oft mit hohen Kosten verbunden ist. Daher werden oft Untersuchungen durchgeführt, um die Kosten möglichst gering zu halten. Bei einer dieser Untersuchungen wurden einige Weizenfelder künstlich mit unterschiedlichen Wassermengen berieselt. Die folgende Tabelle zeigt die Ergebnisse:



m <sup>0</sup> Wasser je Stunde je Hektar	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Ertrag in Tonnen Weizen je Hektar	0	0,4	0,9	2,0	4,0	4,7	5,2	5,5	5,8	6	6,2

Tragen Sie die Werte in das Koordinatensystem ein und verbinden Sie die Punkte durch eine Kurve:



Diese Abbildung zeigt den Ertrag in kg Weizen für die verschiedenen Wassermengen pro Tag an. Wie kann man den Verlauf der Kurve erklären?

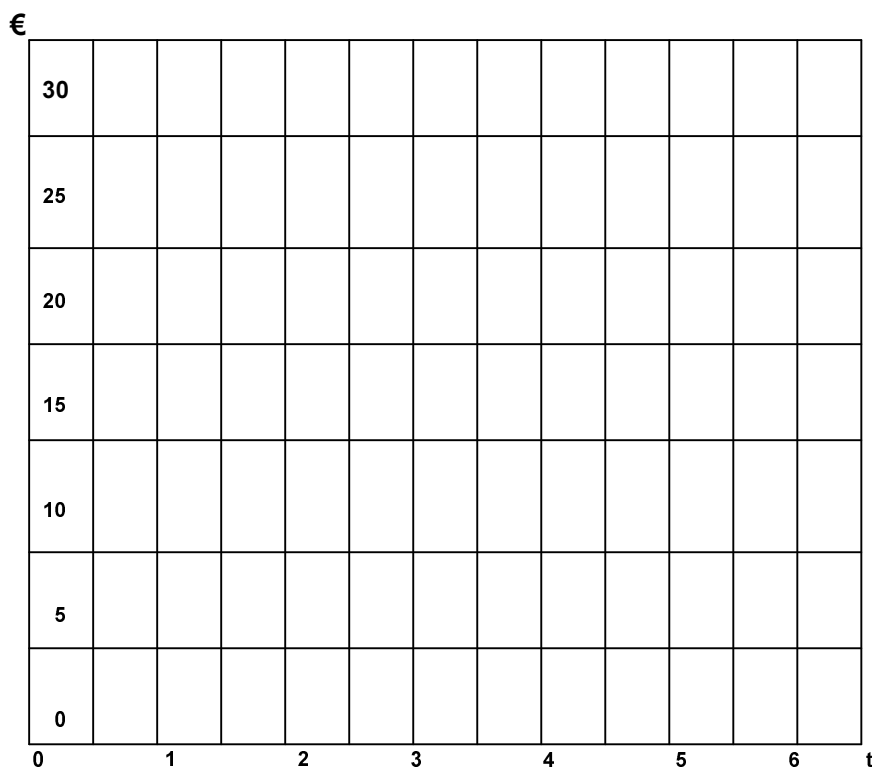
**Nun zu den Kosten:**

Bei der Förderung des Wasser für die Versuchsfeldern stellte sich heraus, dass 1 m<sup>3</sup> Wasser 2,- € kostet, die anteiligen fixen Kosten für den Brunnen und die Berieselungsanlage betragen 12,50 € pro Stunde. Tragen Sie in die Tabelle für die Weizenerträge von Seite 1 die Kosten pro Stunde ein:



Ertrag in t je Hektar	0	0,4	0,9	2,0	4,0	4,7	5,2	5,5	5,8	6,0	6,2
Kosten in € je Stunde											

Tragen Sie wieder die Werte in das Koordinatensystem ein und verbinden Sie die Punkte durch eine Kurve:



Diese Abbildung zeigt die Kosten in € für die verschiedenen Ertagswerte für den Weizen an. Überlegen Sie, welchem Funktionstyp diese Kostenkurve entspricht.

Die Frage ist nun:

Bei welcher Weizenmenge sind die Kosten pro Tonne erzeugtem Weizen am niedrigsten?

### Lösung

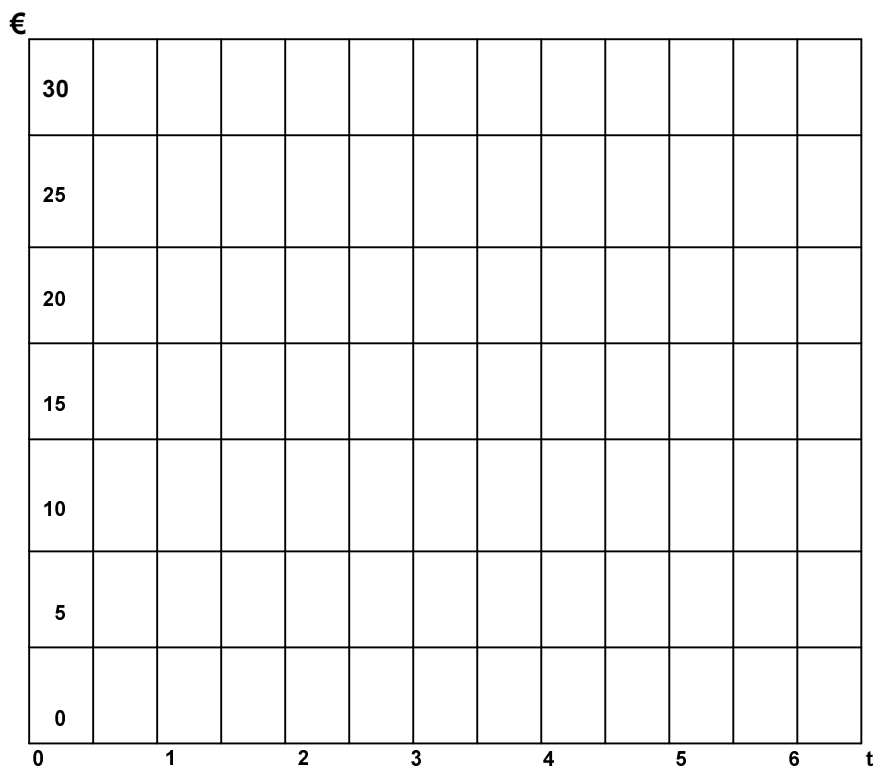
Die obige Kostenfunktion ist eine Funktion 3. Grades die - in etwa - der folgenden Funktionsgleichung entspricht:

$$K(x) = 0,25x^3 - 2x^2 + 6x + 12,5$$

Man erhält die Kosten je Tonne, indem man die Kosten bei den verschiedenen Wassermengen durch den Ertrag in t dividiert:

Ertrag in t je Hektar	0	0,4	0,9	2,0	4,0	4,7	5,2	5,5	5,8	6,0	6,2
Kosten in € je Stunde	12,50	14,20	16,50	18,50	20,50	22,50	24,50	26,50	28,50	30,50	32,50
Kosten je t											

Tragen Sie wieder die Werte in das Koordinatensystem ein und verbinden Sie die Punkte durch eine Kurve:



Die geringsten Kosten je Tonne scheinen bei etwa .....t zu liegen.

Den exakten Wert erhält man indem man mit Hilfe der **Ableitungen das Minimum (den Tiefpunkt)** der obigen Kurve berechnet:

Die Funktion der Kosten je t ergibt sich durch die Division der **Gesamtkosten-Funktion** durch die Menge  $x$ :

$$k(x) = K(x) : x$$

$$k(x) = 0,25x^2 - 2x + 6 + \frac{12,5}{x}$$

Durch Bilden der 1. und 2. Ableitung kann man auf die übliche Weise die Extremwerte berechnen:

Man erhält als Minimum:

Dies bedeutet: