

## Aufgaben zu gebrochenrationalen Funktionen, Exponential- und Logarithmusfunktionen

### I. Gebrochenrationale Funktionen

1. Zum Mauern einer Stützwand benötigen 4 Arbeiter 3 Tage. Wie viele Tage brauchen bei gleichen Durchschnittsleistungen 1, 2, 3, 6, 12 Arbeiter?
  - a. Stellen Sie die Funktionsgleichung auf (x Arbeiter in y Tagen) und zeichnen Sie den Graphen der Funktion für  $A = \{x \mid 1 \leq x \leq 12\}$  ( $x \in \mathbb{N}^*$ )! Weshalb kommen für x nur positive Werte infrage?
  - b. Lesen Sie aus dem Graphen ab, wie viele Tage 5, 8, 10 Arbeiter benötigen! Kontrollieren Sie die Werte mithilfe einer Wertetafel!
2. Die Kurse einer festverzinslichen Anleihe verändern sich wie folgt: €17,00, € 15,00, € 13,50, € 12,50, € 10,00, € 8,50. Wie viel erhielt man jeweils für € 150,00?
  - a. Stellen Sie die Funktionsgleichung auf (x EURO/Anteil für y Anteile) und zeichnen Sie den Graphen der Funktion ( $€ 2,00 \triangleq 1 \text{ cm}; 1 \text{ Anleihe} \triangleq 2 \text{ cm}$ )!
  - b. Lesen Sie aus dem Graphen ab, bei welchem Preis je Anleihe man 45, 55 Anleihen für € 500,00 erhält! Kontrollieren Sie die Werte mithilfe einer Wertetafel!
3. Ein PKW legt eine Strecke von 180 km in 3 Stunden zurück. In welcher Zeit (Minuten) legt er die gleiche Strecke zurück bei einer Geschwindigkeit von 50 km/h, 80 km/h, 100 km/h?
  - a. Stellen Sie die Funktionsgleichung auf (x km/h y Minuten lang) und zeichnen Sie den Graphen der Funktion ( $10 \text{ km/h} \triangleq 1 \text{ cm}; 20 \text{ Minuten} \triangleq 1 \text{ cm}$ )!
  - b. Lesen Sie aus dem Graphen ab, wie hoch die Geschwindigkeit sein muss, wenn die Strecke in 150 Minuten, 120 Minuten zurückgelegt werden soll! Kontrollieren Sie die Werte mithilfe einer Wertetafel!
4. In einer Fertigungsabteilung eines Industriebetriebes fallen monatlich € 18.000,00 fixe Kosten an. Wie hoch ist der Fixkostenanteil je Stück bei einer Monatsproduktion von 400 Stück, 500 Stück, 600 Stück, 700 Stück, 800 Stück, 900 Stück?
  - a. Stellen Sie die Funktionsgleichung auf (x Stück; y EURO Fixkostenanteil je Stück) und zeichnen Sie den Graphen der Funktion ( $100 \text{ Stück} \triangleq 1 \text{ cm}; 5 \text{ EURO} \triangleq 1 \text{ cm}$ )!
  - b. Lesen Sie aus dem Graphen ab, wie viel Stück produziert werden, wenn der Fixkostenanteil je Stück € 40,00 bzw. € 25,00 beträgt! Kontrollieren Sie die Werte mithilfe einer Wertetafel!

### II. Exponential- und Logarithmusfunktion

5. Eine Großhandlung erzielte einen Jahresumsatz von € 2.000.000,00. In den nächsten Jahren rechnet man mit einem jährlichen Umsatzzuwachs von 8%.
  - a. Wie lautet die Funktionsgleichung y Tsd. Euro Umsatz nach x Jahren?
  - b. Berechnen Sie den Umsatz in Tsd. Euro, der nach 5 Jahren erwartet wird!

- c. Zeichnen Sie den Graphen der Funktion! ( $1 \text{ Jahr} \hat{=} 1 \text{ cm}; 100 \text{ Tsd. Euro} \hat{=} 1 \text{ cm}$ ).  
Beginnen Sie die Teilung der y-Achse mit 1.800 Tsd. Euro!
6. Die Bevölkerungszahl der BRD beträgt zur Zeit rund 82 Millionen Einwohner. Im Jahr 2001 wurden 771.000 Geburten registriert gegenüber 846.000 Todesfällen. Die Zahl der Geburten nimmt jährlich um etwa 3% ab, die Sterberate nimmt jährlich um etwa 0,5% ab. Gleichzeitig beträgt der Zuwanderungsüberschuss pro Jahr etwa gleichbleibend 74.000 Personen.
- Bestimmen Sie die Funktionsgleichung für die Bevölkerungsentwicklung.
  - Wie entwickelt sich die Bevölkerungszahl tendenziell?
  - Zeichnen Sie den Graphen der Funktion!  
( $2 \text{ Jahre} \hat{=} 1 \text{ cm}; 100000 \text{ Menschen} \hat{=} 1 \text{ cm}$ )
  - Wenn die Bevölkerung abnimmt, wann leben erstmals weniger als 80 Millionen Menschen in Deutschland?
7. Der Anteil der Personen über 65 Jahre beträgt derzeit rund 18% der Bevölkerung in der BRD (s. Aufgabe 6), 26% sind zwischen 45 und 65 Jahre alt, 30% sind zwischen 25 und 45 Jahre alt, 11% zwischen 15 und 25 Jahre, 9% zwischen 6 und 15 Jahre und 6% jünger als 6 Jahre.
- Wenn Sie die Statistik aus Aufgabe 6 zugrundelegen, wie entwickelt sich danach der Anteil der über 65-Jährigen bis zum Jahre 2050? Legen Sie für die Zuwanderer die gleiche Altersstruktur zugrunde!
  - Wann wird der Anteil der über 65-Jährigen erstmals den größten Anteil an den übrigen Altersgruppen stellen?
8. In Deutschland nutzen zur Zeit 23 % das Internet, davon haben 14% eine eigene Homepage. Zur Zeit geht man davon aus, dass der Anteil der Internetnutzer jährlich um etwa 8% steigt.
- Stellen Sie eine Funktionsgleichung für y% Internetnutzer in x Jahren auf!
  - Wann wird ein Nutzungsgrad von 50% erreicht? Wie private Internetseiten gibt es dann in Deutschland, wenn Sie den Anteil der Homepagebesitzer konstant bei 14% annehmen? Verwenden Sie dabei die Bevölkerungsdaten aus Aufgabe 6!
9. Ein Schachspieler soll sich bei einem indischen Schachturnier als Siegprämie Reis erbeten haben, und zwar für das erste der 64 Felder des Schachspiels 1 Reiskorn, das zweite 2 Reiskörner, das dritte Feld 4 Reiskörner, das vierte Feld 8 Reiskörner usw.
- Wie viele Reiskörner bekommt er im Falle seines Sieges?
  - Wie viel Tonnen wiegt die Gesamtmenge, wenn 20.000 Körner 1 kg wiegen?
  - Wie viele Menschen könnte man ihr Leben lang ernähren, wenn man annimmt, das ein Mensch im Laufe seines Lebens 20 t Reis verbraucht?
10. Das Prinzip eines Schneeballsystems sieht vor, dass der Käufer eines Taschenrechners bei 5 innerhalb eines Monats geworbenen Neukunden, die ebenfalls einen Taschenrechner für € 5,00 kaufen, den Preis für seinen Taschenrechner zurückerstattet bekommt.
- Stellen Sie die Funktionsgleichung auf für y Euro nach x Monaten!
  - Nach welcher Zeit ist der Auslöser des Schneeballsystems Millionär?